

(TUTI)³ LOG₅(MATEK)

HATVÁNYOZÁS - 9. osztály

Alapfogalom: Ha a tetszőleges valós szám, és m 1-nél nagyobb pozitív egész szám, akkor az a^m hatvány azt az m tényezőös szorzatot jelenti, amelynek minden tényezője a .

$$a^m = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

↑
 m db tényező

Ahol: a a hatványalap, m a kitevő.

Például: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

A hatványozás azonosságai:

- I. Azonos alapú hatványok szorzata egyenlő azzal a hatvánnyal, amelynél az alapot a kitevők összegére emeljük.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Például: $3^2 \cdot 3^3 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 3^5$

- II. Azonos alapú hatványok osztása esetén a tört egyszerűsíthető. Az eredmény attól függ, hogy a számláló vagy a nevező kitevője a nagyobb.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Ha $m > n$, akkor $m - n > 0$

Ha $m < n$, akkor $m - n < 0 \rightarrow \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}$

Például: $\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$

$$\frac{3^3}{3^7} = 3^{3-7} = 3^{-4} = \frac{1}{3^4}$$

- III. Szorzat hatványa egyenlő a tényezők hatványának szorzatával.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Például: $(4 \cdot 3)^3 = 4^3 \cdot 3^3 = (4 \cdot 4 \cdot 4) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 64 \cdot 27 = 1728$

(TUTI)³ LOG₅(MATEK)

IV. Tört hatványa egyenlő a számláló és a nevező hatványának hányadosával.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Például: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$

V. Hatvány hatványa egyenlő azzal a hatvánnyal, amelynél az alapot a kitevők szorzatára emeljük.

$$(a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

Például: $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = 729$

Kiegészítő fogalmak, meghatározások:

- bármilyen számot a nulladik hatványra emelve 1-et kapunk.

$$a^0 = 1, \text{ ha } a \neq 0$$

Például: $2^0 = 1$

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, ha $a \neq 0$ és n pozitív egész szám

Kapcsolódó feladatok az OnlineMatek/KÖZÉPISKOLA/9. osztály fül alatt alatt találhatóak!